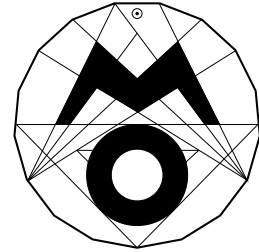


15. Dortmunder Mathematikwettbewerb
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 9
Aufgaben



© 2007 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 1 (470723)

Betrübt schaut sich Herr Müller seinen Garten an: Am Sonntag drei frische Maulwurfshügel, am Montag wieder drei neue, am Dienstag kommen zwei dazu, am Mittwoch drei, am Donnerstag noch einmal drei und das alles in dieser Woche. Da war Familie Maulwurf am Werk.

Es ist bekannt: Vater Maulwurf wirft an fünf aufeinander folgenden Tagen höchstens vier Hügel auf, Frau Maulwurf an fünf aufeinander folgenden Tagen höchstens drei Hügel. Jedes der beiden Maulwurfskinder wirft nur an jedem zweiten Tag einen Hügel auf. Jeder dieser Maulwürfe schafft an einem Tag höchstens einen Hügel.

- a) Weise nach, dass nicht alle Maulwurfshügel von dieser Familie stammen können, sondern dass noch mindestens ein fremder Maulwurf am Werk war.
- b) Mindestens wie viele Maulwurfshügel stammen nicht von dieser Familie?

Aufgabe 2 (470922)

Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit rechtem Winkel bei C und $|BC| \leq |AC|$. Über der Kathete \overline{BC} sei nach außen ein Quadrat mit dem Diagonalschnittpunkt M angetragen. Es sei V der Schnittpunkt von AB mit dem Lot von M auf BC , Q der Fußpunkt des Lots aus M auf AB und R der Fußpunkt des Lots aus V auf AC .

- a) Zeichnen Sie eine Beispielskizze mit $|AC| = 7$ cm und $|BC| = 3$ cm.
- b) Beweisen Sie allgemein, dass der Flächeninhalt F_1 des Dreiecks AVR kleiner ist als der Flächeninhalt F_2 des Dreiecks VQM .
Zeigen Sie zunächst, dass Q nicht innerhalb der Strecke \overline{AB} liegen kann!
- c) Bestimmen Sie alle Verhältnisse der Kathetenlängen $v = |AC| : |BC|$, für welche $2F_1 = F_2$ gilt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Aufgabe 3 (470923)

Max fährt immer mit der U-Bahn zur Schule. Er muss dazu an der Station „Schillerstraße“ aussteigen. Vom Bahngleis führen eine Treppe und eine Rolltreppe nach oben, Max hat jedoch die Angewohnheit, ausschließlich die Rolltreppe zu benutzen.

Max geht immer mit derselben Geschwindigkeit und hat festgestellt, dass er morgens auf dem Weg zur Schule, wenn er die Rolltreppe hinaufgeht, stets 15 Stufen zählt, und nachmittags auf dem Weg nach Hause, wenn er die Rolltreppe gegen die Fahrtrichtung hinabsteigt, 35 Stufen nehmen muss.

Diese Woche ist die Rolltreppe kaputt. Wie viele Stufen wird Max jetzt zählen, wenn er die Rolltreppe benutzt?

Hinweis: Der Effekt, dass die Treppenstufen am Anfang und am Ende der Rolltreppe ihre Höhe ändern und verschwinden, ist zu vernachlässigen.