

# 14. Dortmunder Mathematikwettbewerb



## Aufgaben der 2. Runde Klasse 9

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen. Die Lösungen werden am kommenden Mittwoch, den 22.11.2006 im Internet veröffentlicht unter der Adresse [www.dortmunder-mathematikwettbewerb.de](http://www.dortmunder-mathematikwettbewerb.de).

### Nr. 1 (460823)

Zwischen Bello, einem Schäferhund, und Herrn Schmidt, der seinen Hund Waldi an der Leine führt, ist ein 200 Meter langer gerader Weg.

Plötzlich taucht 43 Meter von Bello entfernt auf diesem Weg ein Kaninchen auf. Sofort rennt Bello los, mit einer Geschwindigkeit von 6 Meter pro Sekunde stürmt er auf das Kaninchen zu. Dieses sieht Bello und flüchtet sofort mit einer Geschwindigkeit von 4,5 Meter pro Sekunde auf Herrn Schmidt zu, der Waldi bei Fuß führt. Als es noch 76 Meter von Waldi entfernt ist, reißt dieser Hund sich los und läuft mit einer Geschwindigkeit von 5 Meter pro Sekunde auf das Kaninchen zu. Als dieses von beiden Hunden gleich weit entfernt ist, schlägt es einen Haken und verschwindet in einem Kaninchenloch.

Wie weit sind zu diesem Zeitpunkt Bello und Waldi voneinander entfernt?

### Nr. 2 (460922)

Es seien 400 Präzisionskugeln so auf vier Schalen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  verteilt, dass gilt:

- In jeder Schale sind genau 100 Kugeln.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 99,0 g.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 99,5 g.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 100,0 g.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 100,5 g.

Jede der Kugeln weicht um maximal 5 mg von ihrem Sollgewicht ab. Zur Verfügung steht eine Digitalwaage, welche die aufgelegte Masse mit einer Genauigkeit von maximal 0,2 g anzeigt. Zeigen Sie, dass eine Wägung genügt, um festzustellen, welche Sorte Kugeln sich in welcher Schale befindet.

Nr. 3 (461023)

Es sei  $ABC$  ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei  $C$ . Der Fußpunkt der von  $C$  ausgehenden Höhe sei  $H$ . Die Winkelhalbierenden des Winkels  $\sphericalangle ACH$  schneide die Seite  $\overline{AB}$  in  $P$ , die Winkelhalbierende des Winkels  $\sphericalangle HCB$  schneide die Seite  $\overline{AB}$  in  $Q$ .

- a) Zeige, dass dann die Winkelhalbierende des Winkels  $\alpha$  auf  $\overline{CQ}$  senkrecht steht und dass die Winkelhalbierende Winkels  $\beta$  auf  $\overline{CP}$ !
- b) Zeige, dass der Umkreismittelpunkt des Dreiecks  $PQC$  der Inkreismittelpunkt des Dreiecks  $ABC$  ist!