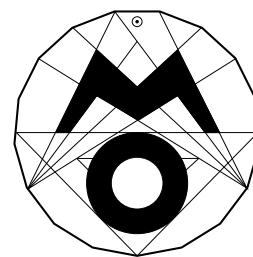


13. Dortmunder Mathematikwettbewerb



Aufgaben der 2. Runde Klasse 10

Hinweis: Stelle deine Lösungswege mit Begründungen und Nebenrechnungen in knappen Sätzen dar! Die Lösungen werden am kommenden Mittwoch, den 16.11.2005 im Internet veröffentlicht unter der Adresse www.dortmunder-mathematikwettbewerb.de.

Aufgabe 1 (451022)

Für welche Paare $(a; b)$ reeller Zahlen gilt die Ungleichung

$$\frac{1}{\left(a + \frac{1}{b}\right) \cdot \left(b + \frac{1}{a}\right)} \leq \frac{1}{4}?$$

Aufgabe 2 (451021)

Es sitzen 25 Jungen und 25 Mädchen an einem runden Tisch. Zeige, dass es einen Jungen oder ein Mädchen gibt, dessen direkte Nachbarn beide Mädchen sind.

Aufgabe 3 (450924)

In der Mitte des regelmäßigen Sechsecks $A_1A_2 \dots A_6$ mit dem Flächeninhalt A schneiden die sechs Diagonalen A_1A_3 , A_2A_4 , A_3A_5 , A_4A_6 , A_5A_1 und A_6A_2 ein kleineres Sechseck $B_1B_2 \dots B_6$ mit dem Flächeninhalt B aus.

Berechne den Flächeninhalt B in Abhängigkeit von A .

Aufgabe 4 (451023)

Ermittle alle natürlichen Zahlen z größer als 9, für die gilt: Wenn man die erste Ziffer von z wegstreicht, erhält man $\frac{z}{57}$.