



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

430721

Uli hat vier Sorten verschiedenfarbiger Kugeln, und zwar rote, blaue, gelbe und weiße. Kugeln gleicher Farbe haben auch stets gleiche Masse. Mit Hilfe einer Balkenwaage stellte er fest, dass zwei blaue Kugeln genauso schwer sind wie eine rote Kugel. Weiter fand er, dass drei gelbe Kugeln ebenso viel wiegen wie eine blaue Kugel und dass fünf weiße Kugeln die gleiche Masse haben wie eine gelbe Kugel.

- Wie viele weiße Kugeln muss Uli in die eine (leere) Waagschale legen, wenn sie einer roten Kugel in der anderen Waagschale das Gleichgewicht halten sollen?
- In der einen Waagschale liegen 20 weiße und 5 gelbe Kugeln. Wie viele blaue Kugeln muss Uli in die andere (leere) Waagschale legen, um Gleichgewicht zu erhalten?

430722

Aus dem Buch „Vollständige Anleitung zur Algebra“, das 1770 von Leonhard Euler herausgegeben wurde und mehr als 100 Jahre lang zu den beliebtesten und meist gelesenen Lehrbüchern gehörte, stammt die Problemstellung zu folgender Aufgabe:

Ich habe einige (nicht unbedingt ganzzahlige) Ellen Tuch gekauft und dabei für je 5 Ellen 7 Taler bezahlt. Dann habe ich das gesamte Tuch wieder verkauft, wobei ich für je 7 Ellen 11 Taler bekam. Bei diesem Handel habe ich 100 Taler gewonnen.

Wie viele Ellen Tuches habe ich gekauft und anschließend wieder verkauft?

430723

Es sei ABC ein spitzwinkliges Dreieck; die Größe des Winkels BAC sei wie üblich mit α bezeichnet. Im Inneren des Dreiecks werde ein beliebiger Punkt D gewählt. Dieser werde sowohl an der Geraden AB als auch an der Geraden AC gespiegelt; die Bildpunkte seien (in dieser Reihenfolge) mit P bzw. Q bezeichnet.

- Ermittle die Größe des Winkels PAQ in Abhängigkeit von α !
- Ermittle die Größe des Winkels QDP in Abhängigkeit von α !
- Berechne α für den Fall, dass der Winkel QDP doppelt so groß ist wie der Winkel PAQ !
- Untersuche, ob der Winkel PAQ doppelt so groß sein kann wie der Winkel QDP !

430724

Im nebenstehenden Kryptogramm ist jeder Buchstabe durch eine der Ziffern 0 bis 9 so zu ersetzen, dass eine richtig gelöste Additionsaufgabe entsteht.

Dabei bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.

Ermittle die Anzahl aller möglichen Additionsaufgaben sowie die Anzahl der verschiedenen Summen als Additionsergebnis!

$$\begin{array}{rcccc} & V & I & E & R \\ + & E & I & N & S \\ \hline F & U & E & N & F \end{array}$$